

Fonctions linéaires - fonctions affines

1 Fonction linéaire

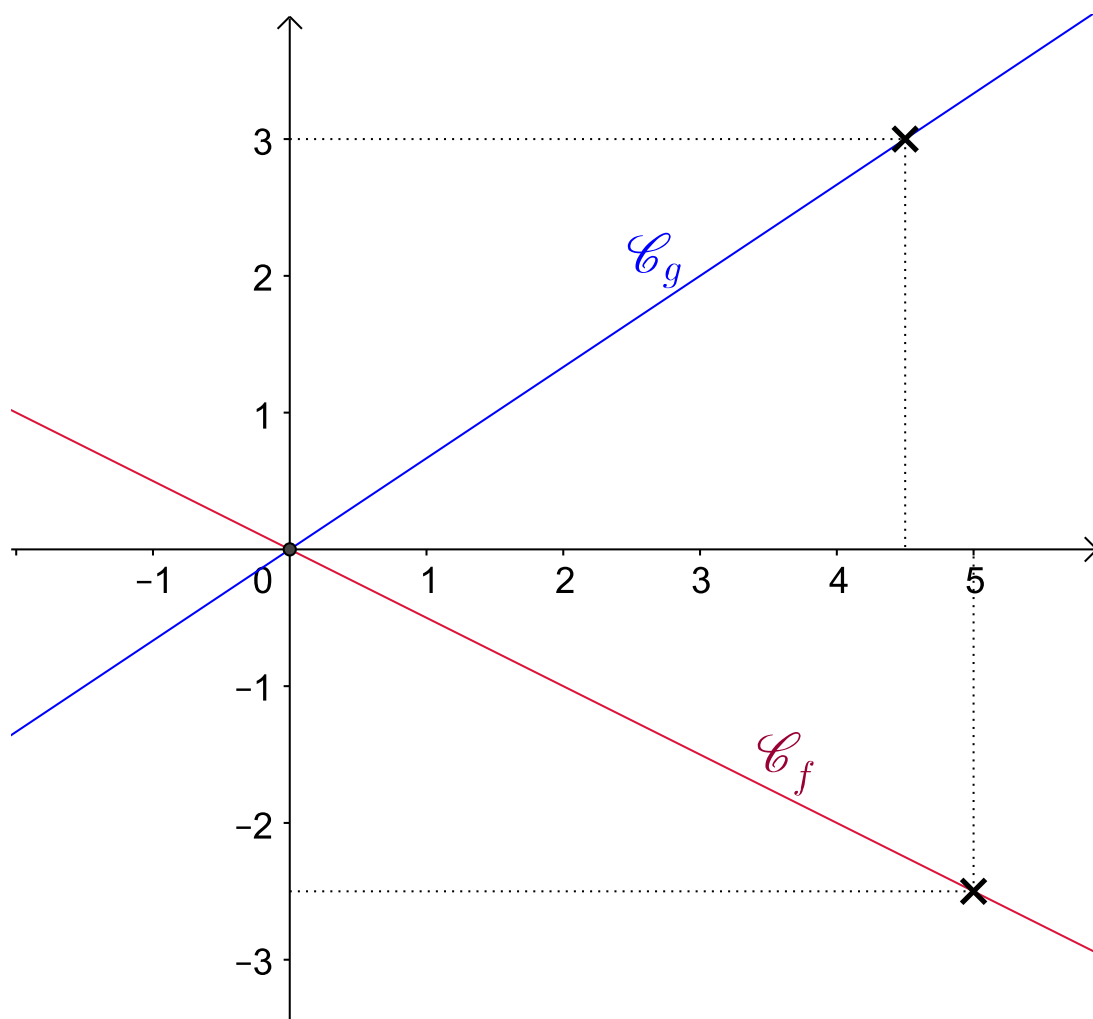
Définition. Une fonction **linéaire** est une fonction pour laquelle les nombres et leurs images sont proportionnels.

$$f : x \mapsto ax \quad a \text{ est un coefficient de proportionnalité}$$

Exemples. $f : x \mapsto -0,5x$ $g : x \mapsto \frac{2}{3}x$

x	2,5	5	7,5	$\times(-0,5)$	x	1,5	3	4,5	$\times 2/3$
$f(x)$	-1,25	-2,5	-3,75		$g(x)$	1	2	3	

Théorème. La représentation graphique d'une fonction linéaire est une droite qui passe par l'origine du repère.



Vocabulaire. Soit (d) la représentation graphique de la fonction linéaire $f : x \mapsto ax$. On dit que a est le **coefficient directeur** de la droite (d) .

Exemple. La droite \mathcal{C}_f qui représente $f : x \mapsto -0,5x$ a pour coefficient directeur $-0,5$.

2 Fonction affine

Définition. Une **fonction affine** est une fonction qui a tout nombre x associe le nombre $ax + b$.

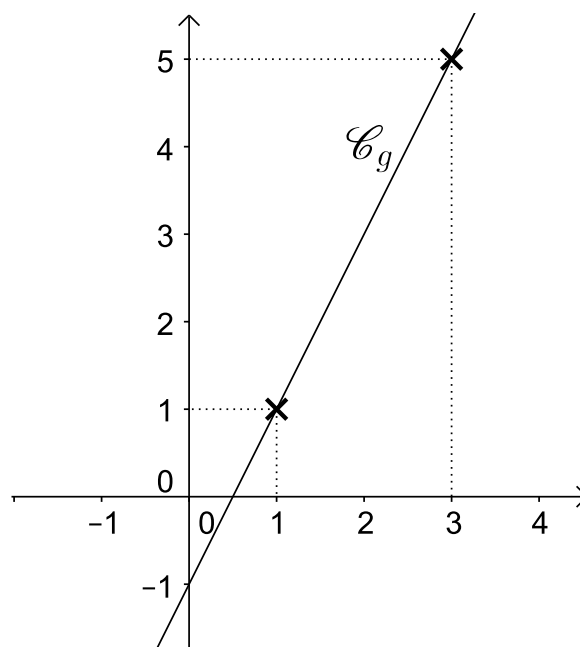
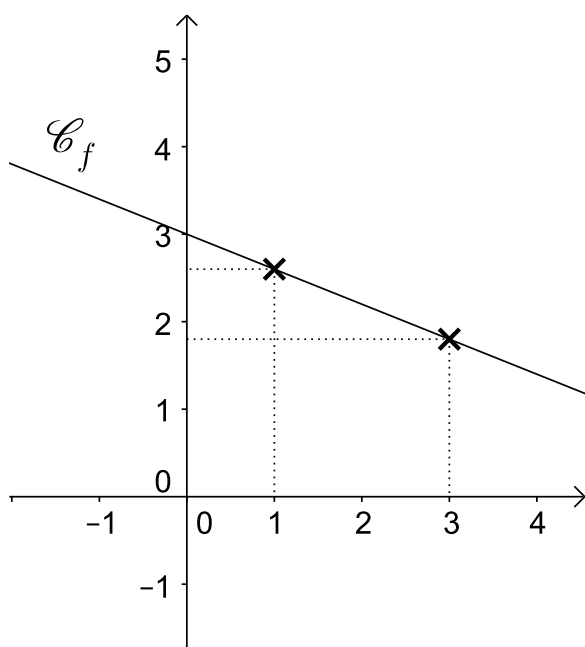
$$f : x \mapsto ax + b \quad a \text{ et } b \text{ déterminent } f$$

Exemples. $f : x \mapsto -0,4x + 3$ $g : x \mapsto 2x - 1$

x	0	1	2	3
$f(x)$	3	2,6	2,2	1,8

x	-1	0	1	3
$g(x)$	-3	-1	1	5

Théorème. La représentation graphique d'une fonction affine est une droite.



Vocabulaire. Soit (d) la représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto ax + b$.

a est le **coefficient directeur**, b est l'**ordonnée à l'origine** de la droite (d) .

Exemple. La droite \mathcal{C}_f qui représente $f : x \mapsto -0,4x + 3$ a pour ordonnée à l'origine 3.

3 Accroissement

Formule. soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine. Quels que soient les nombres x_1 et x_2 (avec $x_1 \neq x_2$) on a :

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Exemples. Soit $f : x \mapsto -2x + 3$ on a :

$$f(5) = -2 \cdot 5 + 3 = -10 + 3 = -7$$

$$f(1) = -2 \cdot 1 + 3 = -2 + 3 = 1$$

$$\frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{-7 - 1}{4} = \frac{-8}{4} = \boxed{-2}$$

$$f(4) = -2 \cdot 4 + 3 = -8 + 3 = -5$$

$$f(2) = -2 \cdot 2 + 3 = -4 + 3 = -1$$

$$\frac{f(4) - f(2)}{4 - 2} = \frac{-5 - (-1)}{2} = \frac{-5 + 1}{-4} = \frac{-4}{2} = \boxed{-2}$$

Preuve de la formule.

$$\begin{aligned} f(x_1) - f(x_2) &= (ax_1 + b) - (ax_2 + b) \\ &= ax_1 + b - ax_2 - b \\ &= ax_1 - ax_2 + b - b \\ &= a(x_1 - x_2) \end{aligned}$$

donc

$$\frac{f(x_1) - f(x_2)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a$$