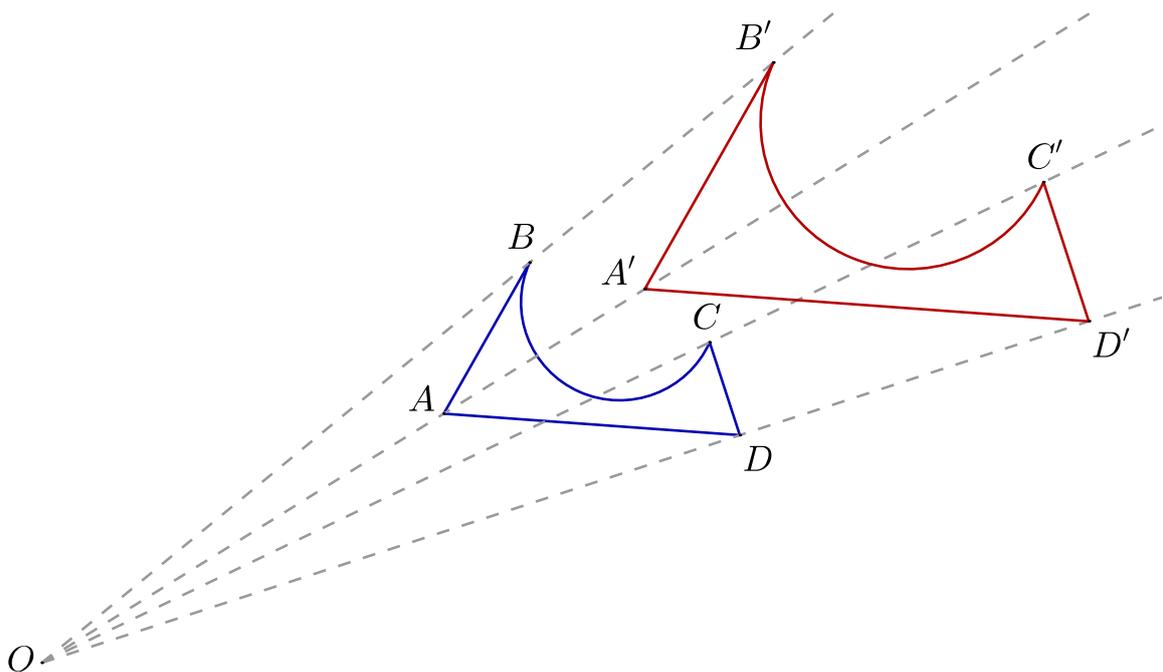


# Les homothéties

## 1 Agrandissement - réduction

Transformer une figure ( $F$ ) par une **homothétie**, c'est agrandir ( $F$ ) ou la réduire.

**Exemple.** La figure ABCD a pour image A'B'C'D' par une homothétie.



Les dimensions de ABCD sont multipliées par 1,5 et on a :

$$OA' = 1,5 \cdot OA \quad ; \quad OB' = 1,5 \cdot OB \quad ; \quad OC' = 1,5 \cdot OC \quad ; \quad OD' = 1,5 \cdot OD$$

$O$  est le **centre** de l'homothétie, 1,5 est le **rapport** de l'homothétie.

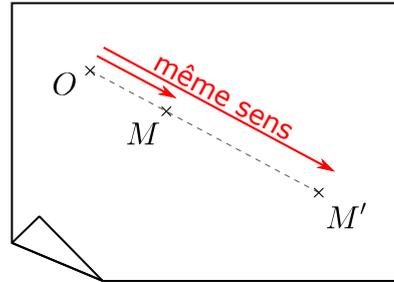
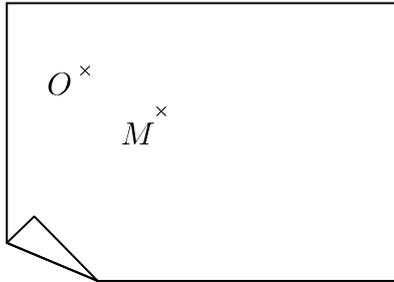
## 2 Rapport positif

Pour construire l'image d'un point  $M$  par une homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$  positif,

(1) on trace la demi-droite  $[OM)$

(2) on prend l'écartement  $k \cdot OM$  au compas

(3) on place  $M'$  à la distance  $k \cdot OM$  du point  $O$ .



**Remarque.** Si  $k > 1$  c'est un agrandissement, si  $0 < k < 1$  c'est une réduction.

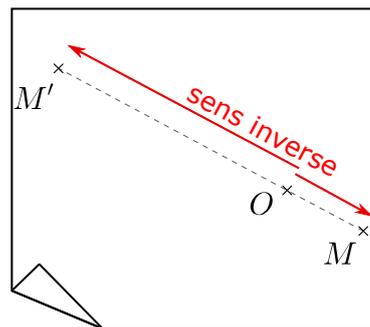
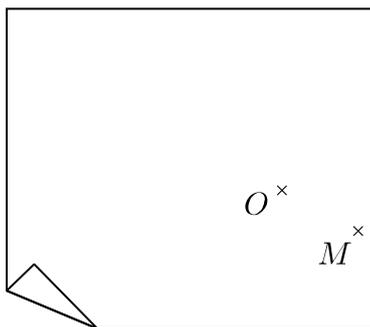
## 3 Rapport négatif

Pour construire l'image d'un point  $M$  par une homothétie de centre  $O$  et de rapport  $k$  négatif,

(1) on trace la demi-droite  $[MO)$

(2) on prend l'écartement  $|k| \cdot OM$  au compas

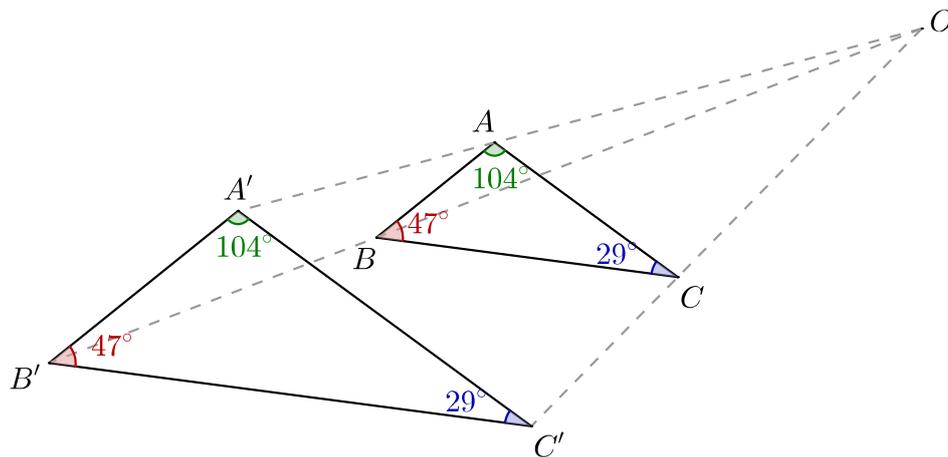
(3) on place  $M'$  à la distance  $|k| \cdot OM$  du point  $O$ .



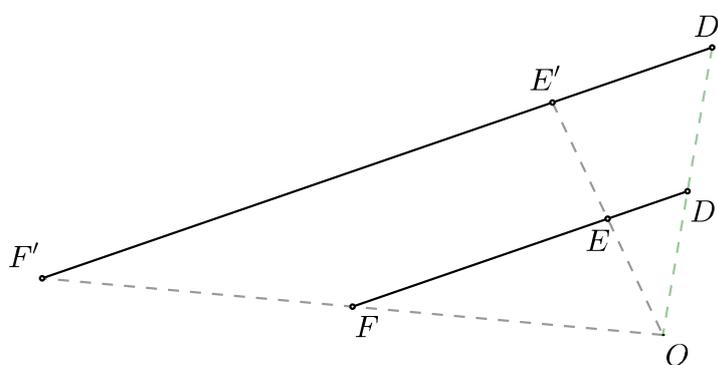
**Remarque.** Si  $-1 < k < 0$  c'est une réduction, si  $k < -1$  c'est un agrandissement.

## 4 Propriétés.

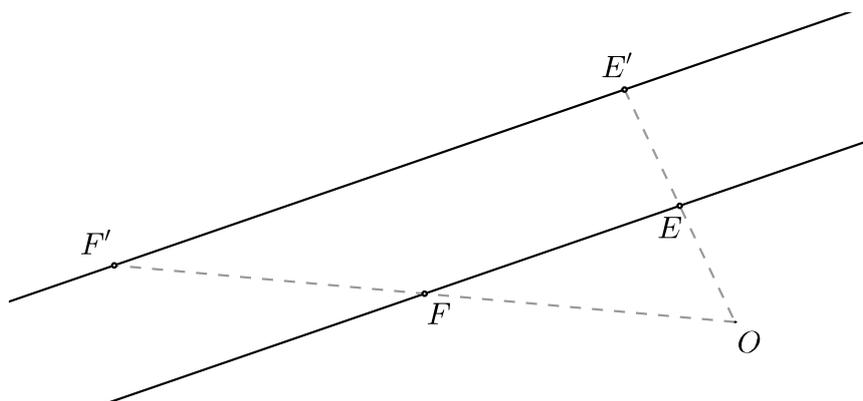
(1) Une homothétie conserve les angles.



**(2)** Une homothétie transforme trois points alignés en trois points alignés.



**(3)** Une homothétie transforme une droite (d) en une droite parallèle à (d).



**(4)** Une homothétie de rapport  $k$  multiplie les longueurs par  $|k|$  et les aires par  $k^2$ .

