

Statistiques et probabilités

1 Effectifs et fréquences

Une **série statistique** est une suite de valeurs.

Exemple. Le nombre de points obtenus à l'une des questions d'un sujet d'examen, pour tous les candidats.

1; 4; 4; 3; 6; 2; 1; 2; 8; 5; 4; 3; 6; 2; 1; 3; 3; 7; 2; 4; 1; 7; 4; 2; 3; 3; 6; 4; 4; 3; 2; 6; 1; 4; 3.

Tableau d'effectif. Pour chaque valeur possible on indique le nombre de fois qu'elle se trouve dans la série.

Valeurs	1	2	3	4	5	6	7	8	TOTAL
Effectifs	5	6	8	8	1	4	2	1	35

L'**effectif total** est le nombre de valeurs dans la série.

Tableau de fréquence. Pour chaque valeur possible on divise son effectif par l'effectif total.

Valeurs	1	2	3	4	5	6	7	8	TOTAL
Fréquences (%)	14,3	17,1	22,9	22,9	2,9	11,4	5,7	2,9	100

2 Caractéristiques

Pour les séries de nombres, on peut calculer l'**étendue**, la **moyenne**, une **médiane**.

L'étendue est la différence entre la plus grande et la plus petite valeur.

Dans la série précédente, l'étendue est égale à $8 - 1 = 7$.

La moyenne est la somme des valeurs divisée par le nombre total de valeurs.

Dans la série précédente, la somme des valeurs est égale à 124, il y a 35 valeurs, la moyenne est $124/35 \simeq 3,5$

Une médiane est un nombre qui est

- supérieur ou égal à au moins la moitié des valeurs de la série,
- inférieur ou égal à au moins la moitié des valeurs de la série.

On classe les valeurs de la série précédente :

1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4 ; 5 ; 6 ; 6 ; 6 ; 6 ; 7 ; 7 ; 8

La 18^e valeur est 3, au moins la moitié des valeurs est inférieure ou égale à 3 et au moins la moitié des valeurs est supérieure ou égale à 3. 3 est la médiane de cette série.

3 Expériences aléatoires

Définition. Une expérience est dite **aléatoire** lorsque

- son résultat est imprévisible
- elle peut être reproduite dans les mêmes conditions.

Exemples. Un lancé de dé, un jet de pièce, un lancé de roue de loterie, un tirage dans un sac.

Vocabulaire. Le résultat d'une expérience aléatoire s'appelle une **issue**, un **évènement** est un ensemble d'issues.

Exemple. On place dans un sac 26 jetons portant chacun une lettre différente. On tire un jeton au hasard. L'évènement « tirer une voyelle » se compose des issues : A, E, I, O, U, Y.

On dit que l'issue E est **favorable** à l'évènement « tirer une voyelle ».

4 Probabilité

On répète un grand nombre de fois une expérience aléatoire. La fréquence d'un évènement se calcule à chaque nouvelle expérience.

Exemple. On tire un dé à 6 faces, l'évènement observé est « obtenir 1, 2, 3, 4 ou 5 ». La série des 10 premières issues est : 4 1 3 5 3 2 6 6 6 4

On dresse le tableau de fréquences suivant :

Nombre d'expériences	10	100	10^4	10^6	10^8
Fréquence de l'évènement	70%	84%	83%	83,3%	83,33%

Définition. La **probabilité** d'un évènement est la valeur autour de laquelle se stabilise sa fréquence au bout d'un grand nombre d'expériences.

Théorème. Dans une expérience dont chaque issue a la même probabilité, la probabilité d'un évènement est égale au quotient suivant :

$$\frac{\text{nombre d'issues favorables à l'évènement}}{\text{nombre total d'issues}}$$

Exemple. Un sac contient 9 jetons :

- 4 jetons jaunes numérotés A, B, C, D,
- 5 jetons rouges numérotés de 1 à 5 .

On tire un jeton au hasard, la probabilité de tirer un jeton jaune est

$$\frac{\text{nombre de jetons jaunes}}{\text{nombre total de jetons}} = \frac{4}{9}$$